

Anwendungsaufgaben

Das Fach
Mathematik

Exponentialfunktion

Gauß

Sinus und
Cosinus

Hypothesentests

Verteilungen

Argumentation

Ableitung und
Stammfunktion

Hauptsatz der
Differential- und
Integralrechnung

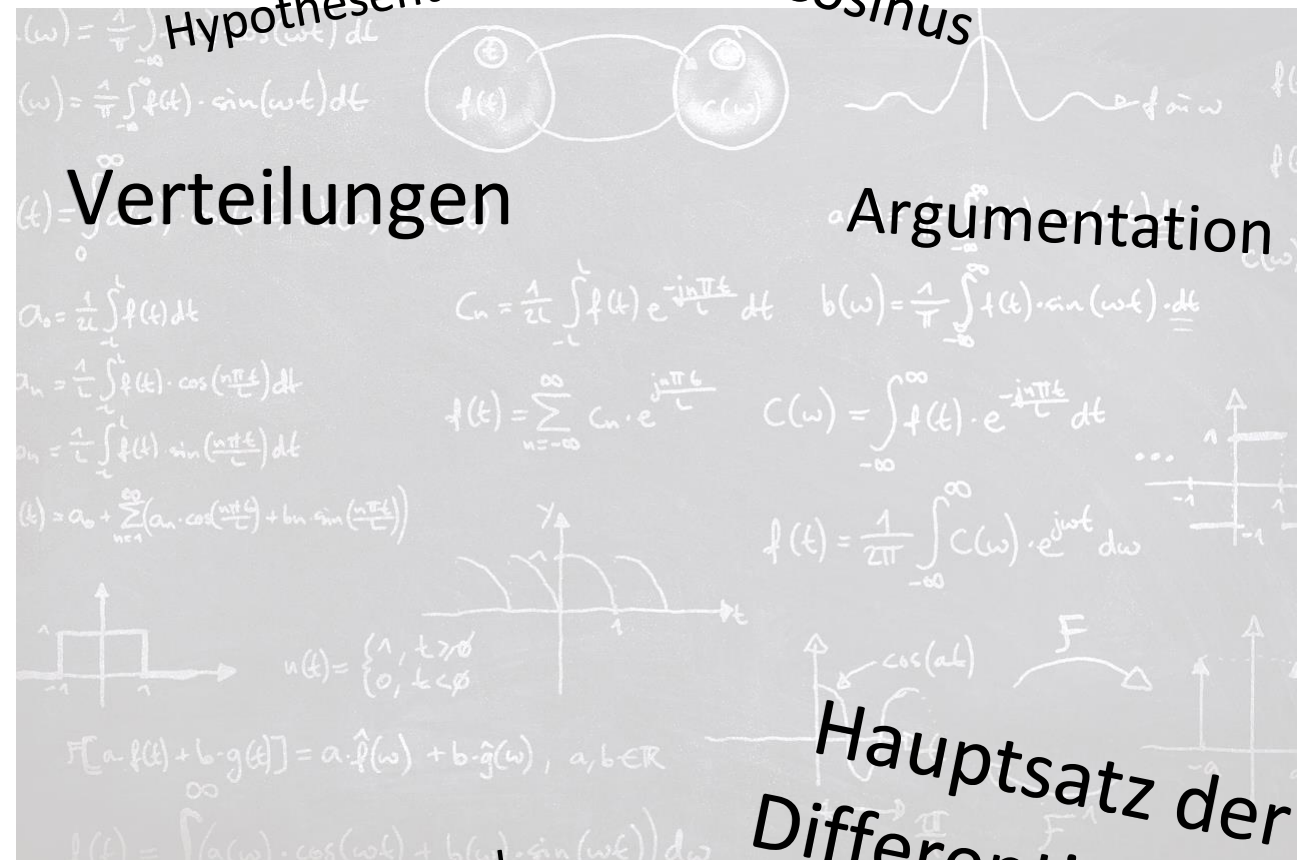
Mediennutzung

Grafiktaschenrechner

in der
OBERSTUFE

Modellierung

1



Das Fach

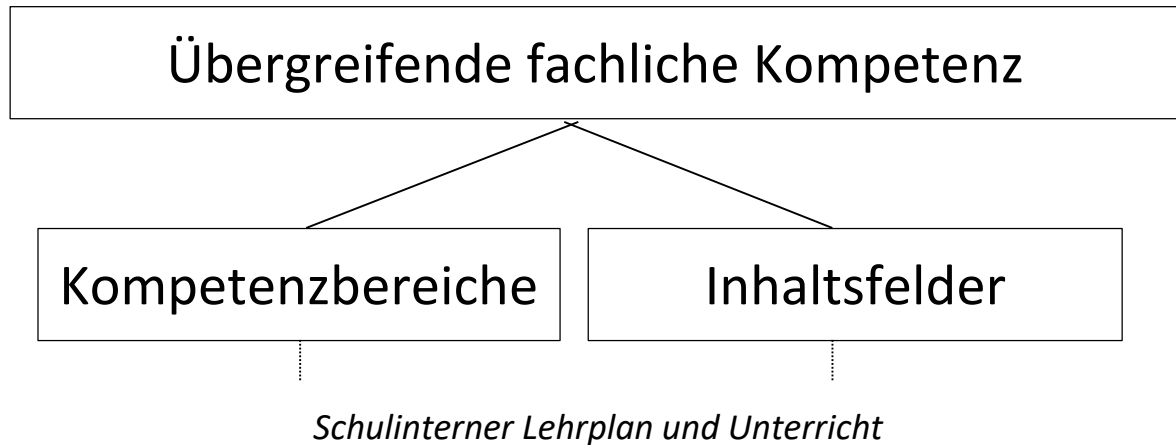
Mathematik

in der Oberstufe

Auf den folgenden Seiten werden überblickshaft dargestellt:

- **Kompetenzbereiche** ✓
- **Kompetenzerwartungen** ✓
- **Inhaltsfelder** ✓
- **Inhaltliche Schwerpunkte** ✓

Kompetenzbereiche



=

**Konkrete Lern- und
Anforderungssituationen**
Zusammenführung von
Kompetenzbereichen und
Inhaltsfeldern

Modellieren

- Wechselspiel von Theorie und praktischer Anwendung
- Verständnis und Gestaltung der uns umgebenden Welt
- Prozess der Strukturierung von Sachsituationen
- Beschreibung außermathematischer Realität
- Nutzung mathematischer Zusammenhänge zur Lösung realer Probleme sowie
- Anschließender Interpretation der Ergebnisse und Validierung des Modells

- Möglichkeiten der verbalen und nichtverbalen Darstellung von mathematischen Begriffen und Zusammenhängen
- Darstellungen müssen intersubjektiv nachvollziehbar sein
- Rezeption und Produktion von Dokumentationen fachlicher Bearbeitungen sowie die Diskussion darüber
- Vor allem ikonische und symbolische Darstellung von zentraler Bedeutung

Kommunizieren

Problemlösen

- Bearbeitung inner- und außermathematischer Kontexte führt zu Problemstellungen
- Problemlösen als Prozess der Bearbeitung solcher Problemstellungen
- Erkunden der Probleme, Lösen durch Anwendung heuristischer Strategien
- Reflektieren von Lösungsansätzen

- Begründen und Beweisen vermuteter mathematischer Zusammenhänge durch Rückgriff auf Bekanntes und Regeln des mathematischen Schlussfolgerns
- Beurteilen von Argumentationsketten

Argumentieren

Kompetenzbereiche

„Kompetenzen entwickeln sich
in der Auseinandersetzung
mit konkreten
INHALTEN“

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis (A)

- Simultane Betrachtung zweier Größen, bei der die eine von der anderen abhängig ist
- Funktionen als mathematische Modelle
- Beschreibung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge
- Bestimmung von Änderungsraten sowie der Rekonstruktion des Bestandes aus Änderungsraten
- Bestimmung von Tangenten an Kurven
- Berechnung von Flächeninhalten unter Kurven

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

- Quantitativer und qualitativer Umgang mit ebenen und räumlichen Strukturen
- Koordinatisierung ermöglicht vertiefte Untersuchung mit algebraischen Mitteln
- Beschreibung mittels Vektoren erlaubt Rückgriff auf das universelle Handwerkszeug der linearen Algebra
- Idee der Parameterisierung führen zu Beschreibungen für geometrische Objekte sowie für geradlinige Bewegungen im Raum
- Meterisierung des Raumes mithilfe des Skalarproduktes lässt Winkel, Längen und Abstände messbar machen

Inhaltsfeld Stochastik (S)

- Mathematik der Daten und des Zufalls
- Auswerten von Stichproben und das Simulieren stochastischer Vorgänge
- Stochastische Methoden ermöglichen es, viele Fragestellungen des Alltags rational quantitativ zu bearbeiten
- Entscheidungen und Prognosen können unter Unsicherheit getroffen werden
- Zufallsbedingte Phänomene können durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen modelliert werden
- Testen von Hypothesen führt zur Beurteilung dieser Modelle

Kompetenzerwartungen (übergeordnet)

MODELLIEREN

STRUKTURIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.

MATHEMATISIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle,
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells,
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu.

VALIDIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation,
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung,
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen.

PROBLEMLÖSEN

ERKUNDEN

Die Schülerinnen und Schüler...

- recherchieren Informationen,
- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme,
- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation,
- analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen,
- erkennen Muster und Beziehungen.

LÖSEN

Die Schülerinnen und Schüler...

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege,
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z.B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern),
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,

- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen,
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus,
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.

REFLEKTIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung,
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten,
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz,
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung.

ARGUMENTIEREN

VERMUTEN

Die Schülerinnen und Schüler...

- stellen Vermutungen auf,
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden,
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur.

BEGRÜNDEN

Die Schülerinnen und Schüler...

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff),
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen,
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten,
- nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis),
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise.

BEURTEILEN

Die Schülerinnen und Schüler...

- erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie,
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie,
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit.

KOMMUNIZIEREN

REZIPIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen,

- beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.

PRODUZIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege,
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus,
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar,
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie.

DISKUTIEREN

Die Schülerinnen und Schüler...

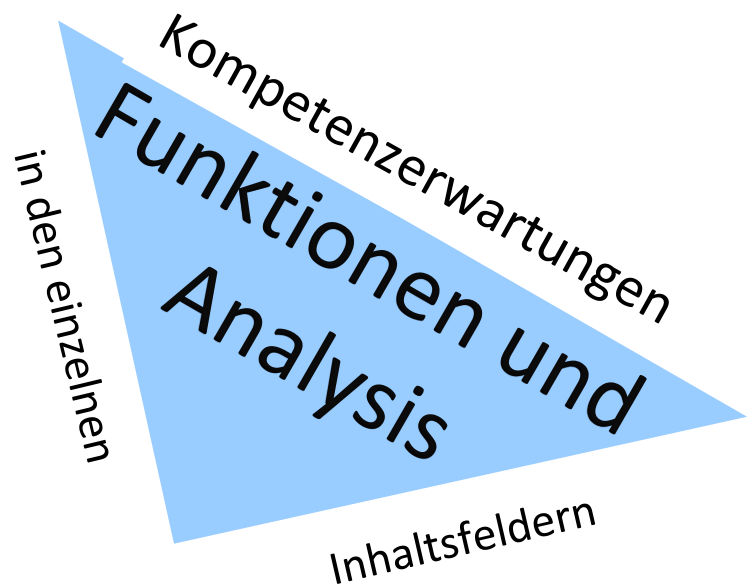
- greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- nehmen zu mathematischen Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei.

WERKZEUGE NUTZEN

Die Schülerinnen und Schüler...

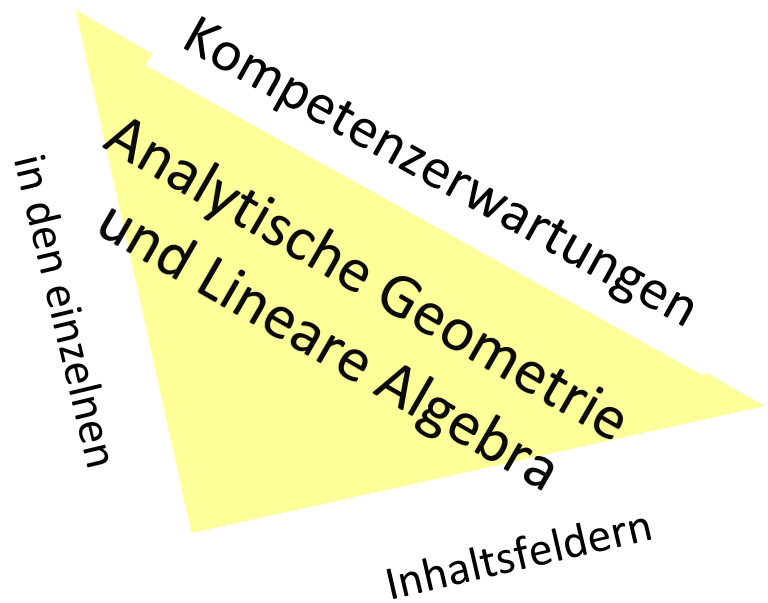
- nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, Zirkel, geometrische Modelle, grafikfähige Taschenrechner, Tabellenkalkulationen, Funktionenplotter, Dynamische Geometriesoftware und gegebenenfalls Computer-Algebra-Systeme,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus,
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.

... in der Einführungsphase:



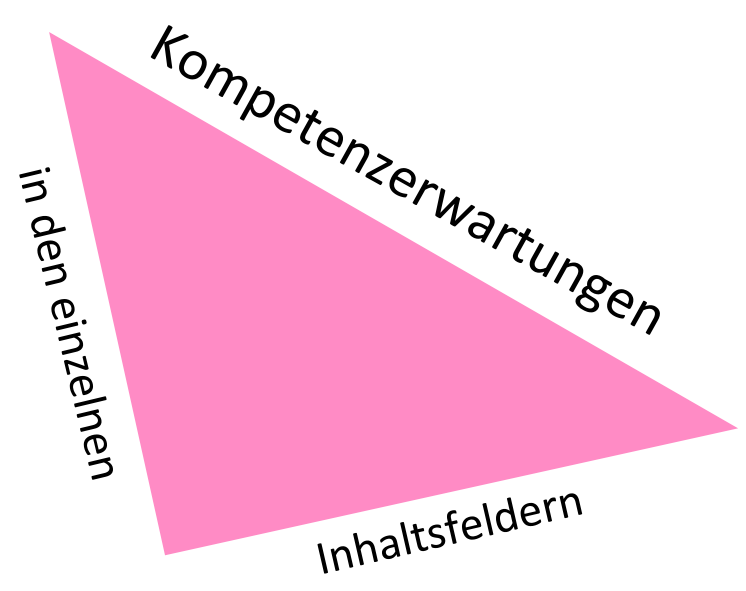
- Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen beschreiben,
- Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen beschreiben,
- Einfache Transformationen auf Funktionen anwenden und die zugehörigen Parameter deuten,
- Durchschnittliche und lokale Änderungsraten berechnen und im Kontext interpretieren,
- Auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate qualitativ erläutern,
- Tangenten als Grenzlage einer Folge von Sekanten deuten,
- Die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangentensteigung deuten,
- Änderungsraten funktional deuten und interpretieren,
- Eigenschaften von Funktionsgraphen begründen,
- Die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten nutzen,
- Die Kosinusfunktion als Ableitung einer Sinusfunktion nennen,
- Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen anwenden,
- Polynomgleichungen lösen,
- Lokale und globale Extrema im Definitionsbereich unterscheiden,
- Am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen verwenden.

... in der Einführungsphase:



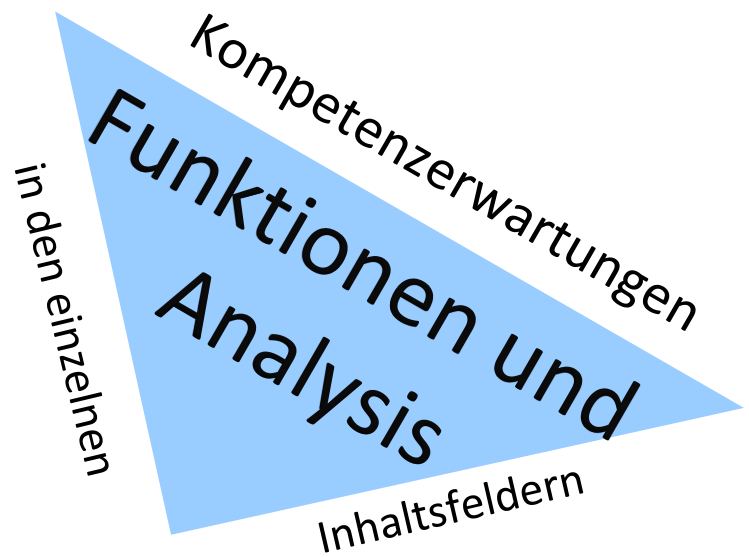
- Geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum wählen,
- Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen,
- Vektoren als Verschiebungen deuten und Punkte im Raum durch Ortsvektoren kennzeichnen,
- Gerichtete Größen durch Vektoren darstellen,
- Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnen,
- Vektoren addieren, Vektoren mit einem Skalar multiplizieren und Vektoren auf Kollinearität untersuchen,
- Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nachweisen.

... in der Einführungsphase:



- Alltagssituationen als Zufallsexperimente deuten,
- Zufallsexperimente simulieren,
- Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsexperimenten verwenden,
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen aufstellen und Erwartungsberechnungen durchführen,
- Mehrstufige Zufallsexperimente beschreiben und Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Pfadregeln ermitteln,
- Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln modellieren,
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten bestimmen,
- Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit prüfen,
- Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten.

... in der Qualifikationsphase:



- Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen,
- Notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden,
- Das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung beschreiben,
- Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren,
- Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen,
- Ableitungen weiterer Funktionen bilden,
- Kettenregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden,
- Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben,
- Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze untersuchen,
- Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren,
- Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten,
- Zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren,
- An geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen,
- Geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern,
- Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen,
- Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen bestimmen
- Den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate ermitteln,
- Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen ermitteln.

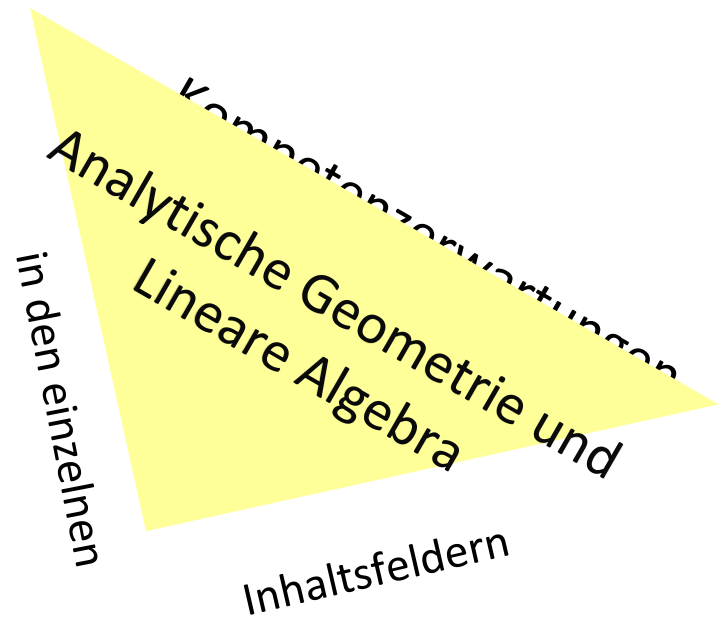
G

Darüber hinaus:

- Parameter von Funktionen im Kontext und ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen untersuchen,
- Die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten,
- Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen,
- Verwendung der Kettenregel zum Ableiten von Funktionen,
- Die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion nutzen,
- Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ nutzen,
- Die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen,
- Den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen,
- Integrale numerisch bestimmen,
- Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mithilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen.

L

... in der Qualifikationsphase:



- Lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen,
- Den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
- Den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten anwenden, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
- Die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren,
- Geraden und Strecken in Parameterform darstellen,
- Den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren,
- Ebenen in Parameterform darstellen,
- Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwischen Geraden und Ebenen untersuchen,
- Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und im Sachkontext deuten,
- Das Skalarprodukt geometrisch deuten und berechnen,
- Mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen.

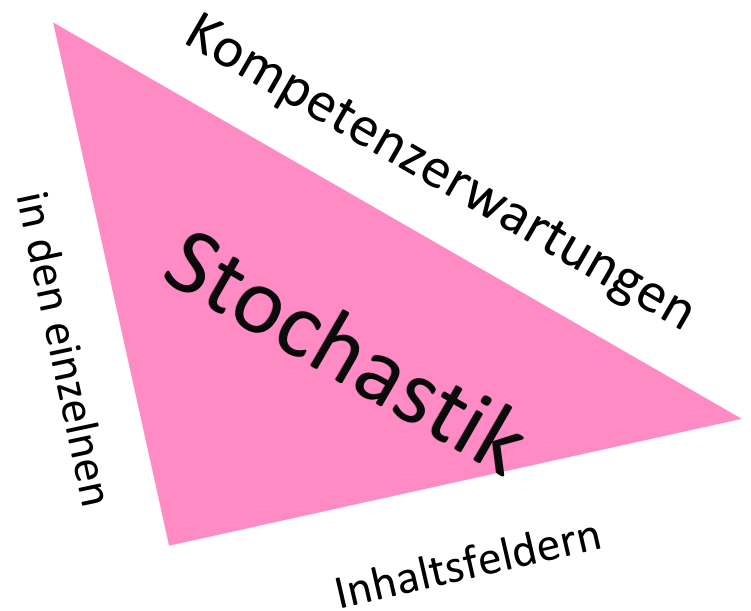
G

Darüber hinaus:

- Ebenen in Koordinatenform und Parameterform darstellen,
- Geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform darstellen,
- Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen,
- Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen.

L

... in der Qualifikationsphase:



G

- Lage- und Streumaße von Stichproben untersuchen, den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern,
- Den Erwartungswert und die Standardabweichung von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen,
- Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden,
- Die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen,
- Den Einfluss der Parameter auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben,
- Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen,
- Anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen,
- Stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben,
- Die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse verwenden.

Darüber hinaus:

- Die σ -Regeln für prognostische Aussagen nutzen,
- Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren,
- Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen,
- Diskrete und Stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten,
- Stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen,
- Den Einfluss der Parameter auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion beschreiben,

L

Im Fach Mathematik sind in der Oberstufe besonders wichtig:

Verknüpfung
und Einordnung
von Informationen

selbständiges Erschließen
komplexer Aufgabenstellungen

konzeptgeleitetes Erarbeiten
mathematischer Zusammenhänge

Selbstständiges Üben

Reflexion und kritisches
Hinterfragen
Mathematischer Ergebnisse in Bezug
auf die Wirklichkeit

Räumliche Vorstellungskraft

Transfer von situativen
Aussagen zu allgemeinen
Zusammenhängen

Fachsprache

Wechsel zwischen verschiedenen
Darstellungsformen

Die Anforderungen
im Grundkurs und im Leistungskurs
Mathematik

unterscheiden sich vorrangig in:

Umfang und fachlicher Tiefe

Anzahl und Art / Dauer der Klausuren

Selbstständigkeit

Fachsprachliche Anforderung